**Problemas Propuestos de Programación Lineal**

**1**. Disponemos de 210,000 euros para invertir en bolsa. Nos recomiendan dos tipos de acciones. Las del tipo A, que rinden el 10% y las del tipo B, que rinden el 8%. Decidimos invertir un máximo de 130,000 euros en las del tipo A y como mínimo 60.000 en las del tipo B. Además queremos que la inversión en las del tipo A sea menor que el doble de la inversión en B. ¿Cuál tiene que ser la distribución de la inversión para obtener el máximo interés anual?

**2.** En una pastelería se hacen dos tipos de tartas: Vienesa y Real. Cada tarta Vienesa necesita un cuarto de relleno por cada Kg. de bizcocho y produce un beneficio de 250 Pts, mientras que una tarta Real necesita medio Kg. de relleno por cada Kg. de bizcocho y produce 400 Ptas. de beneficio. En la pastelería se pueden hacer diariamente hasta 150 Kg. de bizcocho y 50 Kg. de relleno, aunque por problemas de maquinaria no pueden hacer mas de 125 tartas de cada tipo. ¿Cuántas tartas Vienesas y cuantas Reales deben vender al día para que sea máximo el beneficio?

**3**. Una escuela prepara una excursión para 400 alumnos. La empresa de transporte tiene 8 autocares de 40 plazas y 10 autocares de 50 plazas, pero solo dispone de 9 conductores. El alquiler de un autocar grande cuesta 80 euros y el de uno pequeño, 60 euros. Calcular cuántos de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo más económica posible para la escuela.

**4.** Una compañía posee dos minas: la mina A produce cada día 1 tonelada de hierro de alta calidad, 3 toneladas de calidad media y 5 de baja calidad. La mina B produce cada día 2 toneladas de cada una de las tres calidades. La compañía necesita al menos 80 toneladas de mineral de alta calidad, 160 toneladas de calidad media y 200 de baja calidad. Sabiendo que el coste diario de la operación es de 2000 euros en cada mina ¿cuántos días debe trabajar cada mina  para que el coste sea mínimo?

**5.**Se va a organizar una planta de un taller de automóviles donde van a trabajar electricistas y mecánicos. Por necesidades de mercado, es necesario que haya mayor o igual número de mecánicos que de electricistas y que el número de mecánicos no supere al doble que el de electricistas. En total hay disponibles 30 electricistas y 20 mecánicos. El beneficio de la empresa por jornada es de 250 euros por electricista y 200 euros por mecánico. ¿Cuántos trabajadores de cada clase deben elegirse para obtener el máximo beneficio y cual es este?

**6**. Para recorrer un determinado trayecto, una compañía aérea desea ofertar, a lo sumo, 5000 plazas de dos tipos: T(turista) y P(primera). La ganancia correspondiente a cada plaza de tipo T es de 30 euros, mientras que la ganancia del tipo P es de 40 euros.

El número de plazas tipo T no puede exceder de 4500 y el del tipo P, debe ser, como máximo, la tercera parte de las del tipo T que se oferten.

Calcular cuántas tienen  que ofertarse de cada clase para que las ganancias sean máximas.

**7**. Una persona para recuperarse de una cierta enfermedad tiene que tomar en su alimentación dos clases de componentes que llamaremos A y B. Necesita tomar 70 unidades de A y 120 unidades de B. El médico le da dos tipos de dietas en las que la concentración de dichos componentes es:

dieta D1: 2 unidades de A y 3 unidades de B

dieta D2: 1 unidad de A y 2 unidades de B.

Sabiendo que el precio de la dieta D1es 2,5 €. y el de la dieta D2 es 1,45 €. ¿cuál es la distribución óptima para el menor coste?

**8.**Se pretende cultivar en un terreno dos tipos de olivos: A y B. No se puede cultivar más de 8 ha con olivos de tipo A, ni más de 10 ha con olivos del tipo B. Cada hectárea

de olivos de tipo A necesita 4 m3 de agua anuales y cada una de tipo B, 3 m3. Se dispone anualmente de 44 m3 de agua. Cada hectárea de tipo A requiere una inversión de 500 € y cada una de tipo B, 225 €. Se dispone de 4500 € para realizar dicha inversión. Si cada hectárea de olivar de tipo A y B producen, respectivamente,

500 y 300 litros anuales de aceite:

a) Obtener razonadamente las hectáreas de cada tipo de olivo que se deben plantar para maximizar la producción de aceite.

b) Obtener la producción máxima**.**

**9.** Una empresa fabrica dos modelos de fundas de sofá, A y B, que dejan unos beneficios de 40 y 20 euros respectivamente. Para cada funda del modelo A se precisan 4 horas de trabajo  y 3 unidades de tela. Para fabricar una del modelo B se requieren 3 horas de trabajo y 5 unidades de tela. La empresa dispone de 48 horas de trabajo y 60 unidades de tela. Si a lo sumo pueden hacerse 9 fundas del modelo A. ¿Cuántas fundas de cada modelo han de fabricarse para obtener el máximo beneficio y cual seria este?

**10.**Disponemos de 21000 euros para invertir en bolsa. Nos recomiendan dos tipos de acciones. Las del tipo A, que rinden el 7% y las del tipo B, que rinden el 9%. Decidimos invertir un máximo de 13000 euros en las del tipo A y como mínimo 6000 en las del tipo B. Además queremos que la inversión en las del tipo B sea menor que el doble de la inversión en A. ¿Cuál tiene que ser la distribución de la inversión para obtener el máximo interés anual?

**11.** Un banco dispone de 18 millones de euros para ofrecer préstamos  de riesgo alto y medio, con rendimientos del 14% y 7% respectivamente. Sabiendo que se debe dedicar al menos 4 millones de euros a préstamos de riesgo medio y que el dinero invertido en alto y medio riesgo debe estar a lo sumo a razón de 4 a 5, determinar cuánto debe dedicarse a cada uno de los tipos de préstamos para maximizar el beneficio y calcular éste

**12.** Un tren de mercancías puede arrastrar, como máximo, 27 vagones. En cierto viaje transporta coches y motocicletas. Para coches debe dedicar un mínimo de 12 vagones y para motocicletas no menos de la mitad que dedica a los coches. Si los ingresos de la compañía ferroviaria son de 540 € por vagón de coches y 360 € por vagón de motocicletas, calcular cómo se deben distribuir los vagones para que el beneficio de un transporte de coches y motocicletas sea máximo y cuánto vale dicho beneficio

**13.** Un fabricante produce en dos talleres tres modelos distintos de archivadores, el A, el B y el C. Se ha comprometido a entregar 12 archivadores del modelo A, 8 del B y 24 del C. Al fabricante le cuesta 720 € al día el funcionamiento del primer taller y 960 € el del segundo. El primer taller produce diariamente 4 archivadores del modelo A, 2 del B y 4 del C, mientras que el segundo produce 2, 2 y 12 archivadores, respectivamente ¿Cuántos días debe trabajar cada taller para, cumpliendo el contrato, conseguir reducir al máximo los costes de funcionamiento?. ¿Cuál es el valor de dicho coste? ¿Quedaría algún excedente de algún producto en los talleres? En caso afirmativo, determinar cuánto.

**14** Una compañía fabrica y vende modelos de lámparas A y B. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo A y de  30 minutos para el modelo B; y un trabajo de máquina de 20 minutos para el modelo A y de 10 minutos para el modelo B. Se dispone para el trabajo manual de de 6000 minutos al mes y para el de máquina de 4800 minutos al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad es de 15 €  y de 10 € para el modelo B, planificar la producción mensual para obtener el máximo beneficio y obtener éste.

**15** Una refinería de petróleo adquiere dos tipos de crudo, ligero y pesado, a un precio de 70 y 65 euros por barril, respectivamente. Con cada barril de crudo ligero la refinería produce 0,3 barriles de gasolina 95, 0,4 barriles de gasolina 95 y 0,2 barriles de gasoil. Asimismo, con cada barril de crudo pesado produce 0,1, 0,2 y 0,5 barriles de cada uno de estos tres productos respectivamente. La refinería debe suministrar al menos 26300 barriles de gasolina 95, 40600 barriles de gasolina 98 y 29500 barriles de gasoil. Determina cuántos barriles de cada tipo de crudo debe comprar la refinería parar cubrir sus necesidades de producción con un coste mínimo y calcula éste.

1. Cierto artesano fabrica tres modelos de botes de juguete. El primero de ellos le toma una hora para cortar, dos horas para pintar y 4 para ensamblar. Este modelo le produce ganancias de $6 por cada unidad que venda. El otro modelo toma 3, 3, y 2 horas en cada una de las actividades mencionadas anteriormente, mientras que el tercer modelo toma 1, 3 y 1 hora respectivamente. Estos modelos tienen ganancia de $3 y $2 por unidad vendida. Si se tienen disponibles solamente 45 horas para cortar, 50 para pintar y 60 para ensamblar, encuentre la mezcla óptima de producto.
2. Una compañía publicitaria quiere planificar una campaña de publicidad en tres diferentes medios: televisión, radio y medios escritos. El propósito es alcanzar la mayor cantidad de clientes posibles por número de anuncios, los cuales son comprados en paquetes en los diferentes medios. La empresa no quiere gastar más de $800 mil en la campaña. Además se quiere que al menos 2 millones de mujeres tengan acceso a los paquetes publicitarios. Además, la publicidad en televisión se vería limitada a $500 mil. Adicionalmente, se quiere que en la televisión al menos 3 paquetes de publicidad sean en televisión de día y 2 en la “prime time”. Finalmente, el número de paquetes publicitarios en radio y en medios escritos no podrá ser menor de 5 ni mayor de 10 en cada uno. Formule y resuelva cuantos comerciales podrán pasarse en cada medio de tal manera que se logren los objetivos de la campaña. A continuación se tiene información de mercado:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Medio** | | | |
|  | TV – día | TV  “prime time” | Radio | Medio Escrito |
| Costo de cada paquete de publicidad | $40,000 | $75,000 | $30,000 | $15,000 |
| Número de clientes potenciales alcanzados por paquete | 400,000 | 900,000 | 500,000 | 200,000 |
| Número de mujeres por paquete | 300,000 | 400,000 | 200,000 | 100,000 |

1. Una empresa manufacturera tiene capacidad excedente en su línea de producción. La gerencia de la empresa quiere aprovechar esta capacidad excedente en uno o más de tres productos. La capacidad excedente de cada centro de producción se muestra a continuación:

|  |  |
| --- | --- |
| Centro | Tiempo disponible  (horas por semana) |
| Fresadado | 500 |
| Torneado | 350 |
| Acabado | 150 |

El número de horas máquina requerido para la elaboración de cada producto, así como la utilidad por unidad se muestran a continuación:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Centro | Producto 1 | Producto 2 | Producto 3 |
| Fresadado | 9 | 3 | 5 |
| Torneado | 5 | 4 | 0 |
| Acabado | 3 | 0 | 2 |
| Utilidad ($/unidad) | 50 | 20 | 25 |

Finalmente, aunque los productos 1 y 2 tienen demanda suficiente para ser abastecida, el producto 3 deberá garantizar una producción de al menos 20 unidades por semana para satisfacer su demanda. Formule un modelo de programación lineal que permita saber la producción óptima de los productos 1, 2 y 3.

1. Se necesita planificar los turnos de personal en un centro de atención al público. El centro está abierto desde las 8 a.m. hasta media noche. Después de un estudio de tráfico, se pudo determinar las necesidades de personal por turno como sigue:

|  |  |
| --- | --- |
| Turno | Personal requerido |
| 8:00 a medio día | 4 |
| Medio día a 4:00 p.m. | 8 |
| 4:00 p.m. a 8:00 p.m. | 10 |
| 8:00 p.m. a media noche | 6 |

El personal al contratar puede ser de dos tipos, a medio tiempo o a tiempo completo. El personal a tiempo completo trabaja turnos seguidos de 8 horas, mientras que el de medio tiempo trabaja turnos de 4 horas. El personal a tiempo completo gana $7.00 la hora, mientras que el de medio tiempo gana $5.00 por hora. Aunque el personal contratado puede trabajar en cualquier turno, se requiere, que en cada turno, haya al menos dos colaboradores a tiempo completo por cada tiempo parcial.

Encuentre la cantidad de colaboradores a tiempo completo y parcial para satisfacer las necesidades de la empresa al menor costo.

1. Cierta empresa tiene tres plantas con capacidad excedente. Afortunadamente la empresa tiene un nuevo producto listo para iniciar su elaboración en cualquiera de las plantas. El producto puede hacerse en tres tamaños: grande, mediano y pequeño; los que llevan a ganancias de $420 $360 y $300 respectivamente. Las plantas 1, 2 y 3 tienen capacidad de producir 750, 900 y 450 unidades respectivamente, no importa el tamaño o combinación de tamaño producida.

La cantidad de espacio disponible para trabajo en proceso impone una limitación a la producción del nuevo producto. Las plantas 1, 2 y 3 tienen 13 mil, 12 mil y 5 mil p2 respectivamente disponible para la producción. Cada unidad de producto grande requiere 20 p2, la mediana requiere 15 p2 y la pequeña requiere 12 p2.

Los pronósticos de ventas indican que, de ser posible, se requerirán al menos 900, 1,200 y 750 unidades de tamaños grande, mediano y pequeño respectivamente al día. Debido a que hay capacidad disponible, la empresa quiere utilizar el mismo porcentaje de la capacidad excedente en cada planta para producir el producto en sus diferentes tamaños a fin de evitar despidos.

La empresa quiere saber la mezcla óptima de producto de los diferentes tamaños a fin de maximizar las ganancias. Formular un modelo de programación lineal que permita hacer esto.

1. Un avión tiene tres compartimientos para llevar carga, frente, medio y trasero. La capacidad de carga del mismo está restringida tanto por el volumen como por el peso de la carga. Estas capacidades se muestran a continuación:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Compartimiento | Capacidad máxima de carga (ton) | Volumen máximo (p3) |
| Frente | 12 | 7,000 |
| Centro | 18 | 9,000 |
| Atrás | 10 | 5,000 |

Adicionalmente, debido al balance del avión, el peso de la carga en los diferentes compartimientos debe estar en la misma proporción de su capacidad.

En la actualidad hay cuatro tipos de carga a ser transportada y se necesita conocer la cantidad óptima de carga a ser aceptada a fin de maximizar el ingreso. A continuación información necesaria:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Carga | Peso (tons) | Volumen por tonelada (p3/ton) | Utilidad ($/ton) |
| 1 | 20 | 500 | 320 |
| 2 | 16 | 700 | 400 |
| 3 | 25 | 600 | 360 |
| 4 | 13 | 400 | 290 |

Formule un modelo de programación lineal que permita encontrar la mezcla óptima de carga.

1. Una envasadora de tomate tiene 5,000 kg de tomate grado A y 10,000 kg de tomate grado B que quiere utilizar para hacer tomate entero enlatado y pasta de tomate**.** Los tomates enteros tiene que tener al menos 80% de tomates grado A, mientras que la pasta debe tener al menos 10% de dichos tomates. Los tomates enteros se venden a $0.08 por kilo y la pasta a $0.05 por kilo. Formule y resuelva este problema para encontrar cuanta pasta y tomates enteros enlatados producir si se quieren maximizar las utilidades.