# Investigación de Operaciones II

## Lectura 2

# Análisis de decisiones

**Profesor:**
Ricardo Caballero, M.Sc.
ricardo.caballero@utp.ac.pa

# Pasos para la toma de decisiones

Seis pasos en la toma de decisions

1. Definir con claridad el problema que enfrenta.
2. Hacer una lista de las alternativas posibles.
3. Identificar los resultados posibles o los estados de naturaleza.
4. Numerar los pagos (típicamente las ganancias) de cada combinación de alternativas y resultados.
5. Elegir uno de los modelos matemáticos de la teoría de las decisiones.
6. Aplicar el modelo y tomar la decisión.

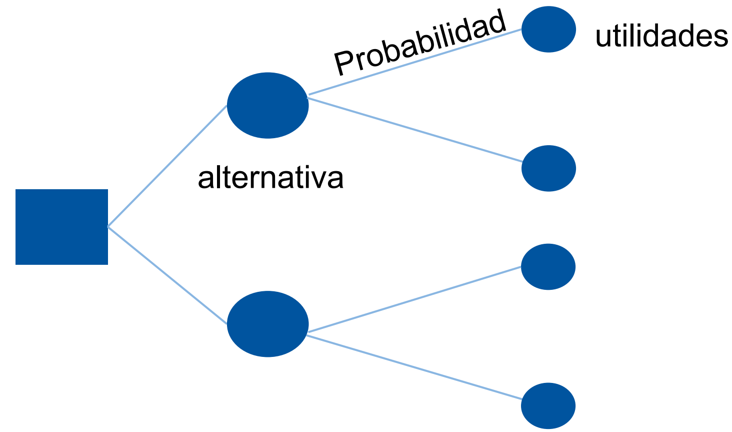
# Toma de decisiones

Hay tres entornos para la toma de decisiones:

| | |
|---|---|
| **Toma de decisiones con certidumbre** | ▪ En el entorno de toma de decisiones con certidumbre, quienes toman las decisiones conocen con certeza la consecuencia de cada alternativa u opción de decisión.<br>▪ Naturalmente, elegirán la alternativa que maximice su bienestar o que dé el mejor resultado. |
| **Toma de decisiones con incertidumbre** | ▪ En la toma de decisiones con incertidumbre, existen varios resultados posibles para cada alternativa y el tomador de decisiones no conoce las probabilidades de los diferentes resultados.<br>▪ Las probabilidades no se conocen |
| **Toma de decisiones con riesgo** | ▪ En la toma de decisiones con riesgo, hay varios resultados posibles para cada alternativa y el tomador de decisiones conoce la probabilidad de ocurrencia de cada resultado.<br>▪ Se conocen las probabilidades |

# Árbol de decisiones: **Generalidades**

- Proporciona una representación gráfica del proceso de toma de decisiones
- Situaciones de decision simples con una cantidad finita de alternativas de decision y matrices explícitas de retribución
- Todos los árboles de decision contienen
  - **Nodos de decision,** a partir del cual se puede elegir una de varias alternativas
  - **Nodo del estado de naturaleza**, a partir del cual se producirá un estado de la naturaleza
- El criterio del valor esperado busca maximizar la utilidad esperada o minimizar el costo esperado.




# Árbol de decisiones: Resolución por criterio de valor esperado

$$a_{ij} = retribución\ de\ la\ alternativa\ i\ en\ estado\ j$$

$$P_j(> 0) = probabilidad\ de\ ocurrencia\ del\ estado\ j$$

$$EV_i = a_{i1}\ P_1 + a_{i2}\ P_2 + \cdots a_{in}\ P_n \qquad\qquad i = 1,2,\dots,n$$

La major alternativa es la asociada con:

$$EV^* = máx\ \{EV_i\}\ en\ el\ caso\ de\ utilidad$$

$$EV^* = min\ \{EV_i\}\ en\ el\ caso\ de\ pérdida$$

El **valor monetario esperado**, o **VME**, para cualquier decisión es un promedio ponderado de los posibles beneficios de esta decisión, ponderado por las probabilidades de los resultados. Utilizando el criterio de VME, elige la decisión con la VME más grande.

# Ejemplo 1

Suponga que desea invertir $10,000 en el mercado de valores adquiriendo acciones en una de dos compañías: A y B. Las acciones de la compañía A, aun cuando son riesgosas, podrían redituar 50% durante el siguiente año. Si las condiciones del mercado de valores no son favorables (es decir, un mercado “bajista”) las acciones pueden perder 20% de su valor. La compañía B proporciona inversiones seguras con 15% de rendimiento en un mercado “alcista” y de sólo 5% en un mercado “bajista”. Todas las publicaciones que ha consultado pronostican una probabilidad de 60% de un mercado “alcista” y 40% de un mercado “bajista”. ¿Cómo debe invertir su dinero?

# Ejemplo 1: Solución

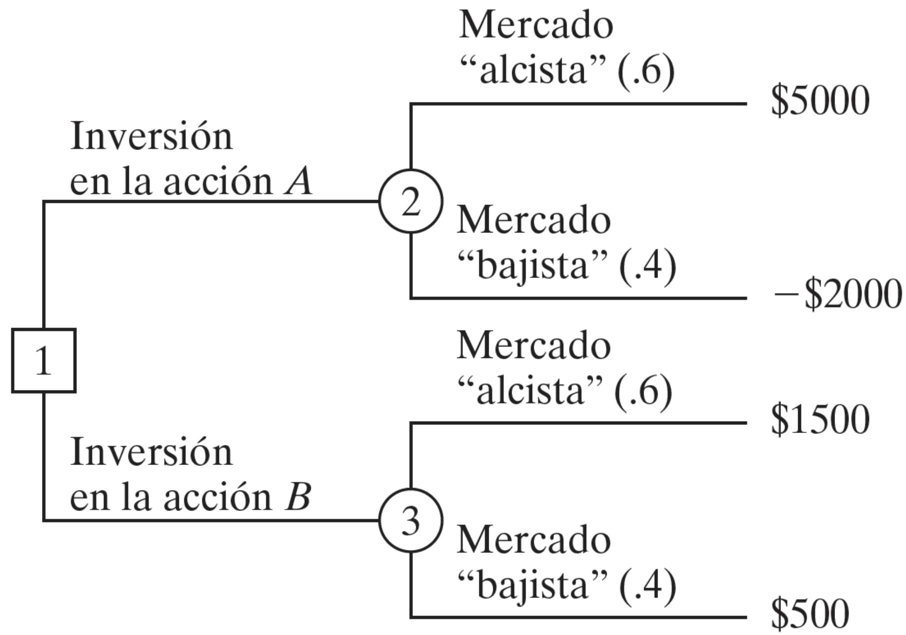
Suponga que desea invertir $10,000 en el mercado de valores adquiriendo acciones en una de dos compañías: A y B. Las acciones de la compañía A, aun cuando son riesgosas, podrían redituar 50% durante el siguiente año. Si las condiciones del mercado de valores no son favorables (es decir, un mercado "bajista") las acciones pueden perder 20% de su valor. La compañía B proporciona inversiones seguras con 15% de rendimiento en un mercado "alcista" y de sólo 5% en un mercado "bajista". Todas las publicaciones que ha consultado pronostican una probabilidad de 60% de un mercado "alcista" y 40% de un mercado "bajista". ¿Cómo debe invertir su dinero?

| | Rendimiento a 1 año de la inversión de 10,000 | |
|---|---|---|
| Alternativa de decisión | *Mercado "alcista" ($)* | *Mercado "bajista" ($)* |
| Acciones de la compañía *A* | 5000 | −2000 |
| Acciones de la compañía *B* | 1500 | 500 |
| Probabilidad de ocurrencia | .6 | .4 |

# Ejemplo 1: Solución

$Estados\ de\ naturaleza (j = 1,2, \ldots, n)$
$\rightarrow los\ mercados\ probabilísticos\ alcistas\ y\ bajistas$

$Alternativas\ (i = 1, 2\ \ldots, m)$
$\rightarrow invertir\ acciones\ en\ A\ o\ en\ B$




$$EV\{A\} = (\$5000 \times 0.6) + (-\$2000 \times 0.4) = \$2200$$

$$EV\{B\} = (\$1500 \times 0.6) + (\$500 \times 0.4) = \$1100$$

$Se\ elige\ la\ acción\ A\ porque\ produce\ un\ rendimiento\ esperado\ más\ alto$

# Ejemplo 2

Un fabricante de semiconductores, está investigando la posibilidad de producir y comercializar un microprocesador. Emprender este proyecto requerirá comprar un sofisticado sistema CAD, o contratar y capacitar a varios nuevos ingenieros. El mercado para el producto puede ser favorable o desfavorable. El fabricante tiene también la alternativa de no desarrollar el producto.

Con una aceptación favorable en el mercado, las ventas serían de 25000 procesadores a $100 cada uno. Con una aceptación desfavorable las ventas serían solo 8000 procesadores a $100 cada uno. El costo del equipo CAD es de $500000, pero el de contratar y capacitar a tres nuevos ingenieros es solo de $375000. No obstante, los costos de manufactura deben bajar de $50 cada uno, si se fabrican sin CAD, a $40 cada uno si se fabrican con CAD.

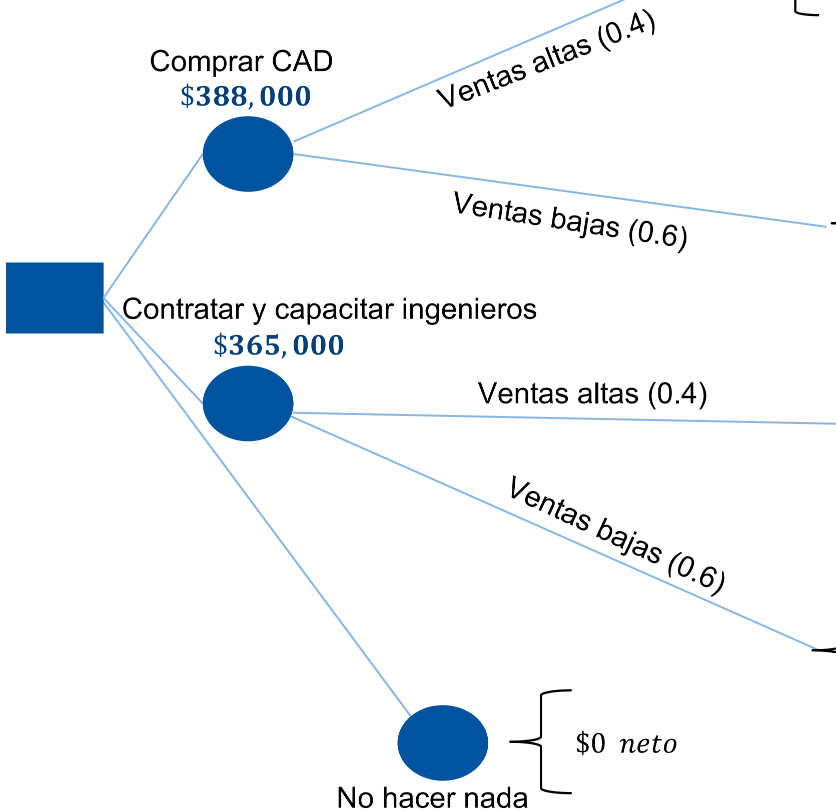
La probabilidad de una aceptación favorable para el nuevo microprocesador es de 0.40; la probabilidad de aceptación desfavorable es de 0.60

# Ejemplo 2 : Solución

$\boldsymbol{Valor\ monetario\ esperado\ (VME)}$

$VME\ (compra\ del\ CAD) = (0.4)(\$1{,}000{,}000) + (0.6)(-\$20{,}000)$

$\boldsymbol{VME(compra\ del\ CAD) = \$388,000}$




$\$2{,}500{,}000\ \ ingreso\ \ (25{,}000\ x\ \$100)$
$-1{,}000{,}000\ \ costo\ de\ manufactura\ (\$40\ x\ 25{,}000)$
$\underline{-\ \ 500{,}000\quad costo\ CAD}$
$\boldsymbol{\$1,000,000\ \ neto}$

$\$800{,}000\ \ ingreso\ \ (8{,}000\ x\ \$100)$
$-320{,}000\ \ costo\ de\ manufactura\ (\$40\ x\ 8{,}000)$
$\underline{-\ \ 500{,}000\quad costo\ CAD}$
$\boldsymbol{-\$20,000\ \ neto}$

$\$2{,}500{,}000\ \ ingreso\ \ (25{,}000\ x\ \$100)$
$-1{,}250{,}000\ \ costo\ de\ manufactura\ (\$50\ x\ 25{,}000)$
$\underline{-\ \ 375{,}000\quad costo\ contratar\ y\ capacitar}$
$\boldsymbol{\$\ \ 875,000\ \ neto}$

$\$800{,}000\ \ ingreso\ \ (8{,}000\ x\ \$100)$
$-400{,}000\ \ costo\ de\ manufactura\ (\$50\ x\ 8{,}000)$
$\underline{-\ 375{,}000\quad costo\ de\ contratar\ y\ capacitar}$
$\boldsymbol{\$25,000\ \ neto}$

$\$0\ \ neto$

$VME\ (contratar\ y\ capacitar) = (0.4)(\$875{,}000) + (0.6)(\$25{,}000)$

$\boldsymbol{VME(contatar\ y\ capacitar) = \$365,000}$

| |
|---|
| ***Resultado***: *La empresa debe comprar CAD ya que representaria utilidades más altas* |

# Matriz de pago

- Proporciona una estructura organizada para analizar situaciones probabilistas en las que se debe seleccionar una sola alternativa de decisión de un conjunto de alternativas
- Componentes y estructura
  - Un conjunto de decisiones alternativas
  - Un conjunto de eventos que pueden ocurrir
  - Probabilidades que están asociadas con los diferentes eventos
  - Resultados

Eventos

| Alternativas de decisión | | $E_1$ ($p_1$) | $E_2$ ($p_2$) | $\cdots$ | $E_m$ ($p_m$) |
|---|---|---|---|---|---|
| | $D_1$ | $X_{11}$ | $X_{12}$ | | $X_{1m}$ |
| | $D_2$ | $X_{21}$ | $X_{22}$ | | $X_{2m}$ |
| | $\vdots$ | | | | |
| | $D_n$ | $X_{n1}$ | $X_{n2}$ | | $X_{nm}$ |

# Matriz de pago: **Análisis**

- Una vez que se han captado en el formato de la matriz de pagos las conponentes de la situación de toma de decisiones, el análisis es bastante sencillo.
- Para cada alternativa de decisión, se realiza el cálculo por reglon de su valor esperado
- Entonces se escoge y se pone en prácica la alternativa que tiene el valor esperado óptimo. En la mayoría de las situaciones esto lleva a seleccionar la decisión que ofrece las ganancias o beneficios esperados más altos o que conduce al menor costo esperado

Eventos

| | | $E_1$ ($p_1$) | $E_2$ ($p_2$) | $\cdots$ | $E_m$ ($p_m$) |
|---|---|---|---|---|---|
| | $D_1$ | $X_{11}$ | $X_{12}$ | | $X_{1m}$ |
| Alternativas de decisión | $D_2$ | $X_{21}$ | $X_{22}$ | | $X_{2m}$ |
| | $\vdots$ | | | | |
| | $D_n$ | $X_{n1}$ | $X_{n2}$ | | $X_{nm}$ |

$$
\begin{aligned}
E(D_1) &= p_1X_{11} + p_2X_{12} + \dots + p_mX_{1m} \\
E(D_2) &= p_1X_{21} + p_2X_{22} + \dots + p_mX_{2m} \\
&\vdots \\
E(D_n) &= p_1X_{n1} + p_2X_{n2} + \dots + p_mX_{nm}
\end{aligned}
$$

# Ejemplo 3: Matriz de pago

- Una panadería prepara todos los días su famoso pan. Éste se vende a un dólar la pieza cuando está recién hecho y cuesta $0.50 prepararlo. El pan que no se vende se lleva a la mesa de descuento en donde se vende a $0.50 la pieza. Aun a ese precio, la mitad del pan de la mesa de descuento no se vende. Hay que tirarlo.
- El problema de la panadería es decidir cuántas piezas preparar en un día típíco. Los datos históricos dicen que la demanda de pan ha sido la que se muestra en la table.

| Demanda en docena de piezas | Probabilidad |
|---|---|
| 3 | 0.1 |
| 4 | 0.4 |
| 5 | 0.4 |
| 6 | 0.1 |

# Ejemplo 3: Solución

| | | Demanda de pan fresco | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 3 doz. | 4 doz. | 5 doz. | 6 doz. |
| Preparar | 3 doz. | | | | |
| | 4 doz. | | | | |
| | 5 doz. | | | | |
| | 6 doz. | | | | |

# Ejemplo 3: **Solución**

Se producen 3 docenas y se venden 3 docenas

| | | |
|---|---|---|
| Ingresos | $3\times12\times\$1$ | $\$36$ |
| Costos | $3\times12\times\$0.50$ | $-\$18$ |
| Ingresos por excedentes | $0$ | $\$0$ |
| UTILIDAD | | $\$18$ |

Se producen 3 docenas y se venden 4 docenas, temenos que se vendieron todas las unidades producidas, no hay ingresos por excedentes y no hay costos por pérdidas adicionales o desabasto. Por consiguiente la utilidad se mantendrá de $18 para cuando se producen 3 docenas y se tienen demandas de 4 a 6 docenas

# Ejemplo 3: **Solución**

| | | Demanda de pan fresco | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 3 doz. | 4 doz. | 5 doz. | 6 doz. |
| Preparar | 3 doz. | 18 | 18 | 18 | 18 |
| | 4 doz. | | | | |
| | 5 doz. | | | | |
| | 6 doz. | | | | |

# Ejemplo 3: Solución

Se producen 4 docenas y se venden 3 docenas

| | | |
|---|---|---|
| Ingresos | $3 \times 12 \times \$1$ | $\$36$ |
| Costos | $4 \times 12 \times \$0.50$ | $-\$24$ |
| Ingresos por excedentes | $1 \times \left(\frac{1}{2}\right) \times 12 \times \$0.50$ | $\$3$ |
| UTILIDAD | | $\$15$ |

Se producen 4 docenas y se venden 4 docenas

| | | |
|---|---|---|
| Ingresos | $4 \times 12 \times \$1$ | $\$48$ |
| Costos | $4 \times 12 \times \$0.50$ | $-\$24$ |
| Ingresos por excedentes | $0$ | $\$0$ |
| UTILIDAD | | $\$24$ |

# Ejemplo 3: Solución

| | | Demanda de pan fresco | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 3 doz. | 4 doz. | 5 doz. | 6 doz. |
| Preparar | 3 doz. | 18 | 18 | 18 | 18 |
| | 4 doz. | 15 | 24 | 24 | 24 |
| | 5 doz. | | | | |
| | 6 doz. | | | | |

# Ejemplo 3: Solución

| | | Demanda de pan fresco | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 3 doz. | 4 doz. | 5 doz. | 6 doz. |
| Preparar | 3 doz. | 18 | 18 | 18 | 18 |
| | 4 doz. | 15 | 24 | 24 | 24 |
| | 5 doz. | 12 | 21 | 30 | 30 |
| | 6 doz. | 9 | 18 | 27 | 36 |

# Ejemplo 3: Solución

Calcular el valor monetario esperado

| | | Demanda de pan fresco | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 0.1 | 0.4 | 0.4 | 0.1 |
| | | 3 doz. | 4 doz. | 5 doz. | 6 doz. |
| Preparar | 3 doz. | 18 | 18 | 18 | 18 |
| | 4 doz. | 15 | 24 | 24 | 24 |
| | 5 doz. | 12 | 21 | 30 | 30 |
| | 6 doz. | 9 | 18 | 27 | 36 |

$$VME(preparar\ 3\ doz.) = \$18(.10) + \$18(.40) + \$18(.40) + \$18(.10) = \$18.00$$

$$VME(preparar\ 4\ doz.) = \$15(.10) + \$24(.40) + \$24(.40) + \$24(.10) = \$23.10$$

$$VME(preparar\ 5\ doz.) = \$12(.10) + \$21(.40) + \$30(.40) + \$30(.10) = \$24.60$$

$$VME(preparar\ 6\ doz.) = \$\ 9(.10) + \$18(.40) + \$27(.40) + \$36(.10) = \$22.50$$

# Árbol de decisiones: **Análisis Bayesiano**

- **Probabilidades a posteriori (de Bayes)**: las probabilidades utilizadas en el criterio de valor esperado se suelen estimar a partir de datos historicos. En algunos casos la precisión de estas estimaciones puede mejorarse por medio de experimentación adicional.
- En contraste las **probabilidades a priori** son determinadas a partir de datos duros sin procesar

## Pasos

1. Resuma las probabilidades condicionales $P\{v_j|m_i\}$

2. Calcule las probabilidades conjuntas como $P\{m_i|v_j\} = P\{v_j|m_i\}P\{m_i\}, para\ todas\ las\ i\ y\ j$

La suma de todas las entradas en la table es igual a 1

3. Calcule las probabilidades absolutas como $P\{v_j\} = \sum P\{\,m_i, v_j\}, para\ todas\ las\ j$

4. Determine las probabilidades a posteriori deseadas como $P\{m_i|v_j\} = \frac{\sum P\{m_i,v_j\}}{P\{v_j\}}$

# Ejemplo 3

- Las probabilidades del problema anterior de 0.6 y 0.4 de un mercado “alcista” y un mercado “bajista” se determinan a partir de publicaciones financieras disponibles. Suponga que en lugar de depender únicamente de estas publicaciones usted decidió conducir una investigación más “personal” al consultar a un amigo que se desempeña bien en el mercado de valores. El amigo cuantifica una recomendación de invertir “ a favor / o en contra”, de la siguiente manera:
- En un mercado “alcista” , hay 90% de probabildiades de que la recomendación sea “ a favor”. Se reduce a 50% en un mercado “bajista”
- ¿Cómo afecta la información adicional a la decisión

# Ejemplo 3: Solución

- La afirmación proporciona probabilidades condicionales de las recomendaciones "a favor" "en contra"
- Defina $v_1 = voto$ a favor
  $v_2 = voto\ en\ contra$
  $m_1 = Mercado\ alcista$
  $m_2 = Mercado\ bajista$
- Por lo tanto, la afirmación del amigo se escribe en la forma de enunciados de probabilidad como:

$$P\{v_1|m_1\} = 0.9, \qquad P\{v_2|m_1\} = 0.1$$

$$P\{v_1|m_2\} = 0.5, \qquad P\{v_2|m_2\} = 0.5$$

- El problema de decisión se resume
  - Si la recomendación del amigo es "a favor", ¿invertiría en la acción A o en la acción B?
  - Si la recomendación del amigo es "en contra", ¿invertiría en la acción A o en la acción B?

# Ejemplo 3: Solución

- **Paso 1.** resuma las probabilidades condicionales $P\{v_j|m_i\}$ en la siguiente forma

| | $v_1$ | $v_2$ |
|---|---|---|
| $m_1$ | 0.9 | 0.1 |
| $m_2$ | 0.5 | 0.5 |

- **Paso 2.** Calcule las probabilidades conjuntas como $P\{m_i|v_j\} = P\{v_j|m_i\}P\{m_i\}, para\ todas\ las\ i\ y\ j$

Dada las probabilidades a priori $P\{m_1\} = 0.6\ y\ P\{m_2\} = 0.4$ las probabilidades conjuntas se determinan multiplicando la primera y segunda fila de la tabla en el paso 1 por 0.4 respectivamente. La suma de todas las entradas debe ser igual a 1

$0.6 \times 0.9 = 0.54$

$0.4 \times 0.5 = 0.20$

| | $v_1$ | $v_2$ |
|---|---|---|
| $m_1$ | 0.54 | 0.06 |
| $m_2$ | 0.2 | 0.2 |

$0.6 \times 0.1 = 0.06$

$0.4 \times 0.5 = 0.20$

# Ejemplo 3: Solución

- **Paso 3.** Calcule las probabilidades absolutas como $P\{v_j\} = \sum P\{m_i, v_j\}, para\ todas\ las\ j$

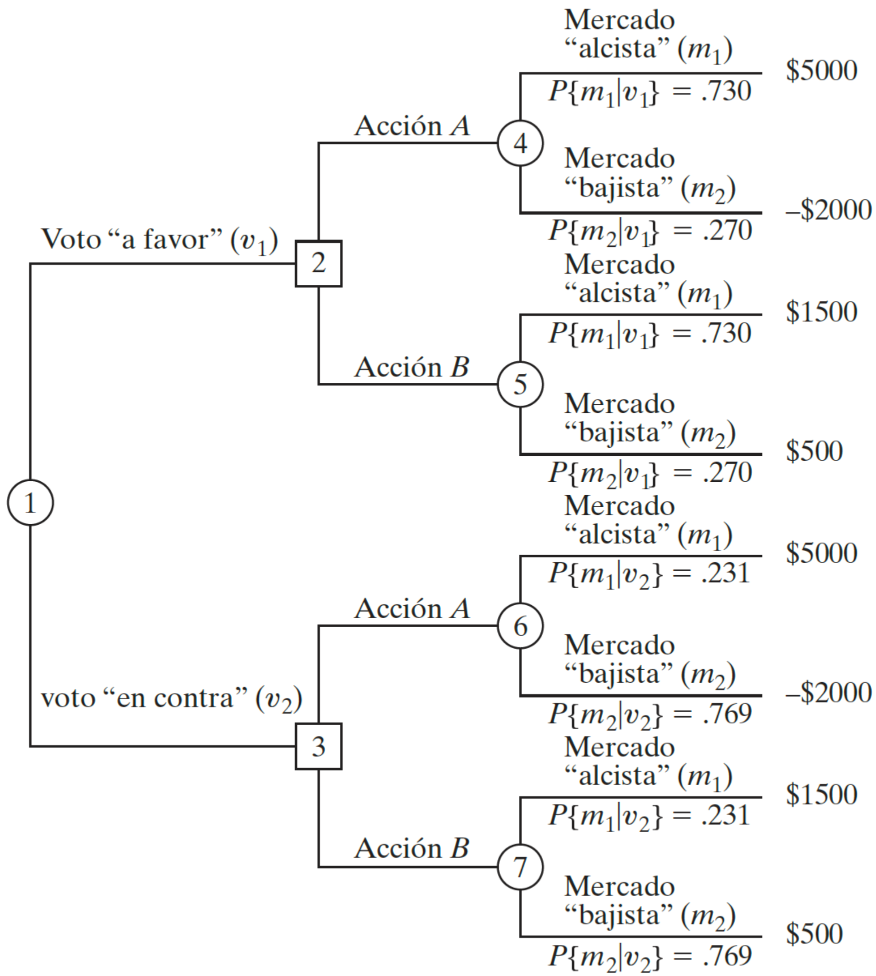
| $P\{v_1\}$ | $P\{v_2\}$ |
|---|---|
| 0.74 | 0.26 |

- **Paso 4.** Determine las probabilidades a posteriori deseadas como $P\{m_i | v_j\} = \frac{\sum P\{m_i, v_j\}}{P\{v_j\}}$

| | $v_1$ | $v_2$ |
|---|---|---|
| $m_1$ | 0.73 | 0.231 |
| $m_2$ | 0.270 | 0.769 |

$= \frac{0.54}{0.74} = 0.730$ $\quad = \frac{0.20}{0.74} = 0.270$ $\quad = \frac{0.06}{0.26} = 0.231$ $\quad = \frac{0.20}{0.26} = 0.769$

# Ejemplo 3: Solución




$Acción\ A\ en\ nodo\ 4 = (\$5000 \times 0.73) + (-\$2000 \times 0.270)$
$= \mathbf{\$3110}$

$Acción\ B\ en\ nodo\ 5 = (\$150 \times 0.73) + (\$500 \times 0.270)$
$= \$1230$

$Acción\ A\ en\ nodo\ 6 = (\$5000 \times 0.231) + (-\$2000 \times 0.769)$
$= -\$383$

$Acción\ B\ en\ nodo\ 7 = (\$1500 \times 0.231) + (\$500 \times 0.769)$
$= \mathbf{\$731}$

# Toma de decisiones con incertidumbre

- Son aquellos modelos donde las diferentes alternativas de acción se conocen, así como los estados de la naturaleza, los resultados de las mismas pero no las probabilidades de que cada una de estos resultados sea obtenido.

- En este caso la decisión tiene un factor subjetivo ya que no conoce de manera objetiva las probabilidades.

- Existen criterios especiales para las decisiones bajo incertidumbre
  - Optimista (maximax)
  - Pesimista (maximin)
  - Criterio de realismo (Hurwicz)
  - Probabilidades iguales (Laplace)
  - Arrepentimiento minimax

La matriz de retribución de un problema de decisión con m acciones alternativas y n estados de la naturaleza se representa de la siguiente manera

$$
\begin{array}{c}
 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m
\end{array}
\begin{array}{cccc}
s_1 & s_2 & \cdots & s_n \\
\hline
v(a_1, s_1) & v(a_1, s_2) & \cdots & v(a_1, s_n) \\
v(a_2, s_1) & v(a_2, s_2) & \cdots & v(a_2, s_n) \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
v(a_m, s_1) & v(a_m, s_2) & \cdots & v(a_m, s_n)
\end{array}
$$

## Ejemplo 4: Tabla de decisiones

Juan desea expandir su línea de productos fabricando y comercializando un nuevo producto: casetas de almacenamiento para patios. Las alternativas disponibles son
1. construir una nueva planta grande para fabricar las casetas, 2. una planta pequeña, o bien, 3. ninguna planta (es decir, tiene la opción de no desarrollar la nueva línea del producto). Juan identifica los posibles resultados que son el mercado para las casetas de almacenamiento puede ser favorable (existe una demanda alta) o puede ser desfavorable (baja demanda). En la tabla se expresan los pagos resultantes de cada combinación posible de alternativas y resultados.

| | ESTADO DE NATURALEZA | |
|---|---|---|
| ALTERNATIVA | MERCADO FAVORABLE ($) | MERCADO DESFAVORABLE ($) |
| Construir una planta grande | 200,000 | –180,000 |
| Construir una planta pequeña | 100,000 | –20,000 |
| No hacer nada | 0 | 0 |

# Toma de decisiones con incertidumbre:
## Enfoque optimista (maximax)

El criterio de **maximax** encuentra la mejor recompensa (pago máximo) en cada fila (alternativas) de la matriz de pagos y elige la decisión correspondiente a la mejor de ellas.

| | ESTADO DE NATURALEZA | | |
|---|---|---|---|
| ALTERNATIVA | MERCADO FAVORABLE ($) | MERCADO DESFAVORABLE ($) | MÁXIMO DE LA FILA ($) |
| Construir una planta grande | 200,000 | –180,000 | 200,000 Maximax |
| Construir una planta pequeña | 100,000 | –20,000 | 100,000 |
| No hacer nada | 0 | 0 | 0 |

# Toma de decisiones con incertidumbre:
## Enfoque pesimista (maximin)

El criterio de **maximin** encuentra la peor recompensa (pago mínimo) en cada fila (alternativa) de la matriz de pagos y elige la decisión correspondiente a la mejor de ellas.

| | ESTADO DE NATURALEZA | | |
|---|---|---|---|
| ALTERNATIVA | MERCADO FAVORABLE ($) | MERCADO DESFAVORABLE ($) | MÍNIMO DE LA FILA ($) |
| Construir una planta grande | 200,000 | –180,000 | –180,000 |
| Construir una planta pequeña | 100,000 | –20,000 | –20,000 |
| No hacer nada | 0 | 0 | 0 Maximin |

# Toma de decisiones con incertidumbre:
## Criterio de realismo (Hurwicz)

Con frecuencia llamado promedio ponderado, el criterio de realismo (criterio de Hurwicz) es un compromiso entre una decisión optimista y una pesimista.
El promedio ponderado se calcula como:

$$\text{Promedio ponderado} = \propto(\text{mejor fila}) + (1 - \propto)(\text{peor fila})$$

$$124{,}000 = (0.80)\ (\$200{,}00) + (0.20)(-\$180{,}000).$$

$$76{,}000 = (0.80)\ (\$100{,}00) + (0.20)(-\$20{,}000).$$

| ALTERNATIVA | ESTADO DE NATURALEZA: MERCADO FAVORABLE ($) | ESTADO DE NATURALEZA: MERCADO DESFAVORABLE ($) | CRITERIO DE REALISMO O PROMEDIO PONDERADO ($\alpha = 0.8$) $ |
|---|---|---|---|
| Construir una planta grande | 200,000 | –180,000 | 124,000 Realismo |
| Construir una planta pequeña | 100,000 | –20,000 | 76,000 |
| No hacer nada | 0 | 0 | 0 |

## Toma de decisiones con incertidumbre:

## Probabilidades iguales (Laplace)

El enfoque de probabilidades iguales supone que todas las probabilidades de ocurrencia para los estados de naturaleza son las mismas y con ello cada estado de naturaleza tiene probabilidades iguales.

10,000 = (0.50) ($200,00) + (0.50)(-$180,000).

40,000 = (0.50) ($100,00) + (0.50)(-$20,000).

| | ESTADO DE NATURALEZA | | |
|---|---|---|---|
| ALTERNATIVA | MERCADO FAVORABLE ($) | MERCADO DESFAVORABLE ($) | PROMEDIO DE LA FILA ($) |
| Construir una planta grande | 200,000 | –180,000 | 10,000 |
| Construir una planta pequeña | 100,000 | –20,000 | 40,000<br>Probabilidades iguales |
| No hacer nada | 0 | 0 | 0 |

# Toma de decisiones con incertidumbre:
# Arrepentimiento (Minimax)

**Determinación de las pérdidas de oportunidad para Thompson Lumber**

| ESTADO DE NATURALEZA | |
|---|---|
| MERCADO FAVORABLE ($) | MERCADO DESFAVORABLE ($) |
| 200,000 – 200,000 | 0 – (–180,000) |
| 200,000 – 100,000 | 0 – (–20,000) |
| 200,000 – 0 | 0 – 0 |

**Tabla de la pérdida de oportunidad para Thompson Lumber**

| | ESTADO DE NATURALEZA | |
|---|---|---|
| ALTERNATIVA | MERCADO FAVORABLE ($) | MERCADO DESFAVORABLE ($) |
| Construir una planta grande | 0 | 180,000 |
| Construir una planta pequeña | 100,000 | 20,000 |
| No hacer nada | 200,000 | 0 |

| | ESTADO DE NATURALEZA | | |
|---|---|---|---|
| ALTERNATIVA | MERCADO FAVORABLE ($) | MERCADO DESFAVORABLE ($) | MÁXIMO DE LA FILA($) |
| Construir una planta grande | 0 | 180,000 | 180,000 |
| Construir una planta pequeña | 100,000 | 20,000 | 100,000 Minimax |
| No hacer nada | 200,000 | 0 | 200,000 |

# Toma de decisiones con riesgo

- La toma de decisiones con riesgo es una situación de decisión donde pueden ocurrir varios estados de naturaleza posibles y se conocen las probabilidades de que sucedan.

- Métodos más populares para la toma de decisiones con riesgo: seleccionar la alternativa con el mayor valor monetario esperado (o simplemente valor esperado).

- También se utilizan las probabilidades con la tabla de la pérdida de oportunidad para minimizar la pérdida de oportunidad esperada.

- El VME es la suma ponderada de los pagos posibles para cada alternativa.

$$\text{VME(alternativo)} = \Sigma X_i P(X_i)$$

donde:

$X_i$ = pago para el estado de naturaleza $i$

$P(X_i)$ = probabilidad de lograr el pago $X_i$ (es decir, probabilidad del estado de naturaleza $i$)

$\Sigma$ = símbolo de sumatoria

Si esta suma se expande, se convierte en

VME (alternativo)

= (pago en el primer estado de naturaleza) × (probabilidad del primer estado de naturaleza)

+ (pago en el segundo estado de naturaleza) × (probabilidad del segundo estado de naturaleza)

+ ... + (pago en el último estado de naturaleza) × (probabilidad del último estado de naturaleza)

# Valor esperado con la información perfecta (VECIP)

- Rendimiento promedio o esperado, a largo plazo, si tenemos información perfecta antes de tomar una decisión.

- Para calcular este valor, elegimos la mejor alternativa para cada estado de naturaleza y multiplicamos su pago por la probabilidad de ocurrencia de ese estado de naturaleza

$$\text{VECIP} = \sum(\text{mejor pago en el estado de naturaleza } i)\ (\text{probabilidad del estado de naturaleza } i)$$

Si expandimos esto, se convierte en

$$\begin{aligned}\text{VECIP} = {} & (\text{mejor pago en el primer estado de naturaleza}) \times (\text{probabilidad del primer estado de naturaleza}) \\ & + (\text{mejor pago en el segundo estado de naturaleza}) \times (\text{probabilidad del segundo estado de naturaleza}) \\ & + \ldots + (\text{mejor pago en el último estado de naturaleza}) \times (\text{probabilidad del último estado de naturaleza})\end{aligned}$$

# Valor esperado de la información perfecta (VEIP)

- Es el valor esperado con información perfecta, menos el valor esperado sin información perfecta (es decir, el VME mejor o máximo)
- El VEIP es la mejora en VME que resulta al tener información perfecta

$$\text{VEIP} = \text{VECIP} - \text{el mejor VME}$$

# Ejemplo 5: **Valor esperado de la información perfecta (VEIP)**

IPSOS, una empresa que propone ayudar a Juan a tomar decisions sobre si construir una planta para fabricar las casetas de almacenamiento. IPSOS asegura que su análisis técnico indicará a Juan con certidumbre si el mercado es favorable para su producto propuesto. En otras palabras, cambiará su entorno de una toma de decisiones con riesgo en uno de toma de decisiones con certidumbre. Esta información ayudaría a evitar que Juan cometa un error muy costoso. IPSOS cobrará a Juan $65,000 por la información.

¿Qué recomendaría usted? ¿Debería contratar a la empresa para hacer el estudio de mercado? Incluso si la información del estudio fuera perfectamente exacta, ¿valdría $65,000? ¿Cuánto valdría?

| Alternativa | Mercado favorable ($) | Mercado desfavorable ($) | VME ($) |
|---|---:|---:|---|
| Construir una planta grande | 200,000 | -180,000 | |
| Construir una planta pequeña | 100,000 | -20,000 | |
| No hacer nada | 0 | 0 | |
| Con información perfecta | 200,000 | 0 | |
| Probabilidades | 0.50 | 0.50 | |

# Ejemplo 5: Solución

| Alternativa | Mercado favorable ($) | Mercado desfavorable ($) | VME ($) |
|---|---|---|---|
| Construir una planta grande | 200,000 | -180,000 | 10,000 |
| Construir una planta pequeña | 100,000 | -20,000 | 40,000 |
| No hacer nada | 0 | 0 | 0 |
| Con información perfecta | 200,000 | 0 | 100,000 |
| Probabilidades | 0.50 | 0.50 | |

Valor esperado con información perfecta

El valor esperado con información perfecta es:

$$VECIP = (\$200{,}000)(0.50) + (\$0)(0.50) = \$100{,}000$$

Por ello, si se tuviese información perfecta, el pago promediaría $100,000

El valor esperado máximo sin información adicional es de $40,000

$$\begin{aligned} VEIP &= VECIP - VME\ máximo \\ &= \$100{,}000 - \$40{,}000 \\ &= \$60{,}000 \end{aligned}$$

# Pérdida de oportunidad esperada (POE)

- Es el costo de no elegir la mejor solución.

- La pérdida de oportunidad esperada (POE) se calcula utilizando la pérdida de oportunidad de cada alternativa alternativa multiplicando por la probabilidad de cada estado de naturaleza por el valor adecuado de la pérdida de oportunidad, y sumamos los resultados

- Siempre dará como resultado la misma decisión que el máximo VME

# Ejemplo 6: Pérdida de oportunidad esperada (POE)

$$\text{POE(construir una planta grande)} = (0.5)(\$0) + (0.5)(\$180{,}000) = \$90{,}000$$

$$\text{POE(construir una planta pequeña)} = (0.5)(\$100{,}000) + (0.5)(\$20{,}000) = \$60{,}000$$

$$\text{POE(no hacer nada)} = (0.5)(\$200{,}000) + (0.5)(\$0) = \$100{,}000$$

| | ESTADO DE NATURALEZA | | |
|---|---|---|---|
| ALTERNATIVA | MERCADO FAVORABLE ($) | MERCADO DESFAVORABLE ($) | POE |
| Construir una planta grande | 0 | 180,000 | 90,000 |
| Construir una planta pequeña | 100,000 | 20,000 | 60,000 |
| No hacer nada | 200,000 | 0 | 100,000 |
| Probabilidades | 0.50 | 0.50 | |

Construir una planta pequeña sería la major decisión

# Análisis de sensibilidad

- El análisis de sensibilidad investiga la forma en que cambiaría nuestra decisión si los datos de entrada fueran diferentes
- Para realizar el análisis de sensibilidad se cambiarán los valores de las probabildiades dadas y que influencia tendrían en la respuesta
- Por consiguiente se debe definir una variable para identificar la probabilidad de ocurrencia de el estado 1,2,3…n

# Ejemplo 7: Análisis de sensibilidad

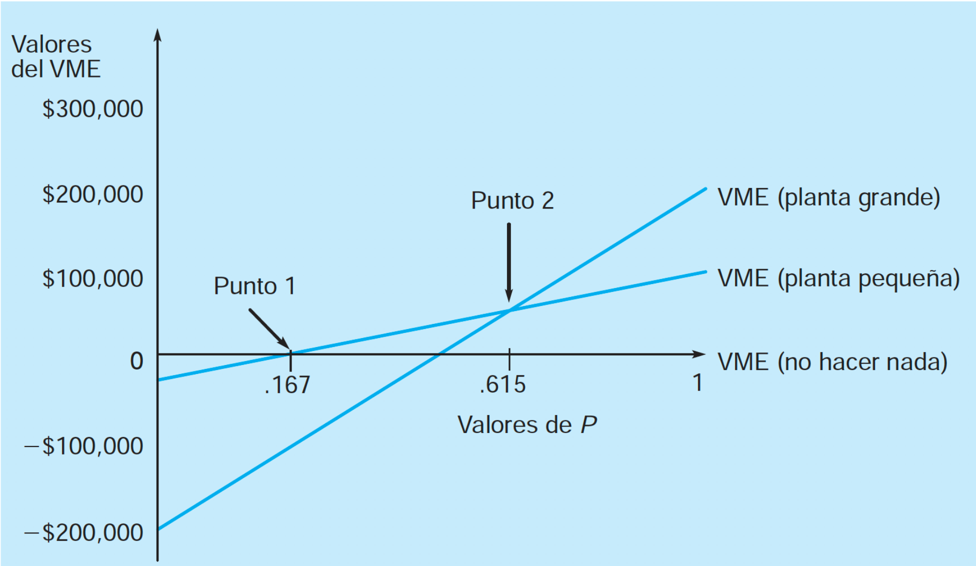
$$P = \text{probabilidad de un mercado favorable}$$

Como únicamente hay dos estados de naturaleza, la probabilidad de un mercado desfavorable debe ser $1 - P$.

Podemos ahora expresar los VME en términos de $P$, como se indica en las siguientes ecuaciones.

$$\begin{aligned}
\text{VME (planta grande)} &= \$200{,}000P - \$180{,}000(1 - P) \\
&= \$200{,}000P - \$180{,}000 + 180{,}000P \\
&= \$380{,}000P - \$180{,}000 \\
\text{VME (planta pequeña)} &= \$100{,}000P - \$20{,}000(1 - P) \\
&= \$100{,}000P - \$20{,}000 + 20{,}000P \\
&= \$120{,}000P - \$20{,}000 \\
\text{VME (no hacer nada)} &= \$0P + \$0(1 - P) = \$0
\end{aligned}$$

# Ejemplo 7: Análisis de sensibilidad




Punto 1: VME (no hacer nada) = VME (planta pequeña)

$$0 = \$120{,}000P - \$20{,}000 \quad P = \frac{20{,}000}{120{,}000} = 0.167$$

Punto 2: VME (planta pequeña) = VME (planta grande)

$$\$120{,}000P - \$20{,}000 = \$380{,}000P - \$180{,}000$$

$$260{,}000P = 160{,}000 \quad P = \frac{160{,}000}{260{,}000} = 0.615$$

Los resultados de este análisis de sensibilidad se presentan en la siguiente tabla:

| MEJOR ALTERNATIVA | RANGO DE VALORES DE *P* |
|---|---|
| No hacer nada | Menor que 0.167 |
| Construir una planta pequeña | 0.167 a 0.615 |
| Construir una planta grande | Mayor que 0.615 |

# Libros de referencia


- Render, B. (2016). *Métodos cuantitativos para los Negocios*. Editorial Pearson.
- Taha, H. (2011). *Investigación de Operaciones*. Editorial Pearson.
- Hillier, F. & Lieberman, G. (2015). *Investigación de Operaciones*. McGraw-Hill
- Carter, M. et a. (2019). Operations Research – A Practical Introduction. Taylor & Francis Group
- Gohout, W. (2013). Operations Research. Oldenbourg Verlag München
- Rardin, R. (2017). Optimization in Operations Research. Pearson
- Anderson, D. & Sweeny, D. (2019). *Métodos Cuantitativos para los Negocios*. Cengage
- Schroeder et al. (2011). *Administración de Operaciones*. McGraw-Hill
- Render, B. & Heizer, J. (2014). *Principios de Administración de Operaciones*. Pearson
- Chase, R. & Jacobs, F. (2014). *Administración de Operaciones, Producción y Cadena de Suministro.* McGraw – Hill
- Rees, M. (2015). *Business Risk and Simulation Modeling in Practice*. John Wiley & Sons Ltd
- Winston, W. (2017) *Microsoft Excel 2016 – Data Analysis and Busines Modeling*. Microsoft press
- Slack, N., et al. (2016) . *Operations Management*. Pearson
- Stevenson, W. (2015*). Operations Management*. McGraw-Hill

# Contacto

Ricardo Caballero, M.Sc.

Docente Tiempo Completo
Facultad de Ingeniería Industrial
Centro Regional de Chiriquí
Universidad Tecnológica de Panamá

E-mail: ricardo.caballero@utp.ac.pa

https://www.academia.utp.ac.pa/ricardo-caballero